# ĐẠO HÀM

Chương

## *Bài 6. TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ*

**I. KIẾN THỨC CƠ BẢN**

➊ Đường thẳngđi qua  có hệ số góc , có phương trình

.

Lưu ý Cho hai đường thẳng  và .

•  và 

• 

• ,  

**➋ Tiếp tuyến:** Cho hàm số , có đồ thị (*C*). Tiếp tuyến  của đồ thị (*C*) tại điểm  có dạng .



Trong đó

• Điểm  được gọi là tiếp điểm. ( với )**.**

**• **là **hệ số góc** của tiếp tuyến .

**II. BÀI TẬP.**

**Bài toán 1. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  cho trước tại điểm .**

• Tính . Từ đây tính  hoặc bấm máy 

• Thay ba đại lượng  và  vào công thức 

• Thu gọn kết quả về dạng  hoặc .

LƯU Ý: Đôi khi trong bài toán chưa cho đầy đủ . Ta thường gặp các loại sau:

➊ Nếu đề cho biết trước hoành độ tiếp điểm , ta chỉ việc thay vào hàm số và tính 

➋ Nếu đề cho biết trước tung độ tiếp điểm , ta giải phương trình , sẽ tìm được .

➌ Nếu đề cho biết  là nghiệm của phương trình , hoặc là hoành độ giao điểm của hai đồ thị  và  thì ta chỉ việc giải phương trình  để tìm .

**A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

1. Cho hàm số . Viết tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho

a.Biết tiếp điểm là .

b.Biết hoành độ tiếp điểm bằng 

c.Biết tung độ tiếp điểm bằng 

**Lời giải:**

a. Đặt 

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến tại 



 PTTT tại  là:

b. Gọi là tiếp điểm. Theo giả thiết:



Đặt 

Gọi là hệ số góc của tiếp tuyến tại 

 PTTT tại là:

c. Gọi là tiếp điểm.

Theo gt 

Đặt 

Gọi là hệ số góc của tt tại 

PTTT tại M là:

1. Cho hàm số . Viết PTTT của đồ thị hàm số biết:

a. Tiếp điểm có tung độ bằng 

b. Tiếp điểm là giao của đồ thị hàm số với trục hoành

c. Tiếp điểm là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung

**Lời giải:**

Đặt 



a. Gọi là tiếp điểm.

Theo gt:

Gọi là hệ số góc của TT tại 

 PTTT tại M là:

b. Gọi là tiếp điểm

Theo gt:

Gọi là hệ số góc của tt tại 

PTTT tại là:

c. Gọi là tiếp điểm

Theo gt: 

Gọi là hệ số của tt tại 

PTTT tại là:

1. Cho hàm số 

a. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ 

b. CMR: trong các tiếp tuyến của đồ thị hàm số thì tiếp tuyến ở câu a có hệ số góc nhỏ nhất.

**Lời giải:**

Đặt 

a. Gọi là tiếp điểm

Theo gt: 

Gọi là hệ số góc của tt tại 

PTTT tại là:

b. Gọi là điểm tùy ý thuộc đồ thị hàm số.



là hệ số góc của tiếp tuyến t tại 



Để chứng minh tiếp tuyến tại có hệ số góc nhỏ nhất ta phải chỉ ra:

Thật vậy:  luôn đúng 

1. Cho hàm số 

a. Viết PTT tại thuộc đồ thị hàm số biết trung độ điểm bằng 

b. CMR trên đồ thị hàm số không tồn tại những cặp điểm mà tiếp tuyến tại điểm đó vuông góc với nhau.

**Lời giải**

a. Đặt 

Gọi là tiếp điểm

Theo gt: 

Gọi là hệ số góc của tiếp tuyến tại :Pttt tại là:

b. Giả sử trên đồ thị hàm số tồn tại điểm sao cho tiếp tuyến tại và  vuông góc với nhau.



Gọi  là hệ số góc của tt tại 



Gọi  là hệ số góc của tt tại 



Cần có: 

Nghĩa là: Vô lí

 Giả thiết phản chứng sai. Vậy trên đồ thị không tồn tại 2 điểm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với nhau.

1. Cho hàm số . Tìm các điểm  trên đồ thị hàm số ( gốc tọa độ) sao cho tiếp tuyến tại  tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 

**Lời giải:**

Vì điểm thuộc đồ thị hàm số nên tọa độ 

Ta có:

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến tại 



PTTT tại : 

Gọi   

Gọi 



Có hai điểm 

1. Cho hàm số . Tìm  trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại  tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 

**Lời giải:**

Giả sử: 

Gọi  là hệ số góc tại 



Pttt tại M là:









Gọi  

Gọi 









1. Cho hàm số  và . Gọi  là giao điểm của hai đồ thị hàm số trên. Viết pttt của mỗi đồ thị hàm số đã cho tại điểm . Tính góc góc giữa hai tiếp tuyến tìm được.

**Lời giải:**

Đặt 

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:



Với  là giao điểm của hai đồ thị hàm số

Pttt của  tại :



Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại :

Pttt tại là 



Tương tự pttt tại của là

có hệ số góc 

NX:  Góc giữa hai tiếp tuyến là 

1. Cho hàm số . Tìm  để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  đi qua .

**Lời giải:**

Gọi là tiếp điểm:



Gọi  là hệ số góc của tt tại 



Pttt tại  là đường thẳng : 

Vì điểm nên:





1. Cho hàm số  Tìm điểm  thuộc đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến  của đồ thị hàm số tại vuông góc với đường thẳng 

**Lời giải:**

Gọi  là điểm thuộc đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến tại :



Gọi  là hệ số góc của đường thẳng 



Theo giả thiết:

     Suy ra tọa độ điểm 

1. Cho hàm số  Tìm điểm  thuộc đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến  của đồ thị hàm số tại tạo với đường thẳng một góc  mà 

**Lời giải:**

Gọi  là điểm thuộc đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến tại :



Gọi  là hệ số góc của đường thẳng 



Theo giả thiết: 

      Suy ra tọa độ điểm 

1. Cho hàm số  Với  là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng  hãy viết phương trình tiếp tuyến  của đồ thị hàm số tại và tìm hoành độ các giao điểm của với đồ thị hàm số đã cho.

**Lời giải:**

Từ giả thiết ta có 

****

Pttt tại là:





Hoành độ giao điểm của với đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình:



 

 (Có ba giao điểm).

1. Cho hàm số . Tìm  trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại  tạo với 2 trục tọa độ tam giác có trọng tâm  nằm trên đường thẳng .

**Lời giải:**

Gọi  là điểm thuộc đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến tại M:

Pttt tại là :









Với 

 là trọng tâm ta có:

Vì nên 



NX: Để  thì 

Suy ra 

1. Cho hàm số  Tìm hoành độ điểm thuộc đồ thị hàm số biết tiếp tuyến tại  tạo với hai đường thẳng  lần lượt có phương trình  và  một tam giác vuông cân.

**Lời giải:**

Gọi  là điểm thuộc đồ thị hàm số:

Gọi là hệ số góc của tiếp tuyến tại :

Pttt tại là





Gọi . Tọa độ  t/m hpt: 

Gọi . Tọa độ t/m hpt. 

Gọi  là giao điểm của  với 

Vì  nên  vuông tại 

Theo ycbt cần có: 





ss

1. Cho hàm số . Đường thẳng . Đường thẳng .  là giao điểm của . Gọi đường thẳng  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  tùy ý.  là giao ,là giao điểm của . Viết pttt  biết độ dài nhỏ nhất.

**Lời giải**

Gọi  là điểm thuộc đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc tiếp tuyến  tại :



Pttt tại là 









Vì  nên tọa độ thỏa mãn hpt:



Vì nên tọa độ  thỏa mãn hpt: 







Ta thấy: 

 nhỏ nhất là  khi và chỉ khi 



Với  Phương trình tiếp tuyến là 

Với  Phương trình tiếp tuyến là 

**HỎI THÊM:** Tìm để  có chu vi nhỏ nhất**.**

Vì  là giao của 











Ta thấy:  (1)

Dấu  xảy ra khi 



Dấu xảy ra khi 



Do đó 

Vậy  nhỏ nhất là khi 

,từ đó suy ra điểm 

**HỎI THÊM:** Tìm tọa độ điểm sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp  đạt giá trị nhỏ nhất.

Hướng dẫn:  vuông tại  nên bán kính đường tròn ngoại tiếp là  Do đó: nhỏ nhất   nhỏ nhất.

1. Cho hàm số Đường thẳng . Đường thẳng .  là giao điểm của . Gọi đường thẳng  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  tùy ý.  là giao ,là giao điểm của .

a.CMR: là trung điểm của đoạn thẳng 

b.Tìm để  đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải**

a.Gọi  là điểm thuộc đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc tiếp tuyến  tại :



Pttt tại là 



Vì  nên tọa độ thỏa mãn hpt:



Vì nên tọa độ  thỏa mãn hpt: 



Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng  Ta có:

  là trung điểm của đoạn thẳng 

b.

Viết lại 



 

 đạt giá trị nhỏ nhất.

Dùng bđt Côsi ta thấy  

.Từ đó suy ra tọa độ điểm 

**B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

1. Cho hàm số  có đồ thị là . Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của  với trục hoành là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có tung độ tiếp điểm bằng 2 là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Trên đồ thị của hàm số  có điểm  sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Tọa độ  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  có đồ thị hàm số . Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  có đồ thị . Xét hai mệnh đề:

(I) Đường thẳng  là tiếp tuyến với  tại và tại 

(II) Trục hoành là tiếp tuyến với  tại gốc toạ độ

Mệnh đề nào đúng?

**A.** Chỉ (I) **B.** Chỉ (II) **C.** Cả hai đều sai **D.** Cả hai đều đúng

1. Cho hàm số  có đồ thị . Trong các tiếp tuyến với, tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Đường thẳng  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số khi *m* bằng

**A. ** hoặc. **B. ** hoặc. **C. ** hoặc. **D. ** hoặc .

1. Định  để đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng ?

**A. .** **B. .** **C. .** **D. **.

1. Cho hàm số , có đồ thị  và điểm . Phương trình tiếp tuyến của  tại  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Khi đường thẳng  tiếp xúc với thì tiếp điểm sẽ có tọa độ là:

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

1. Tiếp tuyến của parabol tại điểm  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Diện tích của tam giác vuông đó là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**LỜI GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

1. **Chọn** **C.**

Giao điểm của  với trục hoành là . Ta có: 

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là  hay .

1. **Chọn A.**

Tập xác định:

Đạo hàm:



Phương trình tiếp tuyến cần tìm là 

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định:

Đạo hàm: .

Vậy trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số đã cho, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tập xác định:

Đạo hàm: .

**Chọn A.**

Tập xác định:

Đạo hàm: .

Tung độ tiếp điểm bằng 2 nên .

Tại . Phương trình tiếp tuyến là .

Tại . Phương trình tiếp tuyến là .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: . Lấy điểm .

Phương trình tiếp tuyến tại điểm là: .

Giao với trục hoành: .

Giao với trục tung: 

. Vậy 

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  và 

Theo giả thiết  là nghiệm của phương trình 

Phương trình tiếp tuyến tại điểm là: 

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  (I) đúng.

Ta có  (II) đúng.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Xét tiếp tuyến với  tại điểm có hoành độ  bất kì trên . Khi đó hệ số góc của tiếp tuyến đó là 

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đường thẳng  và đồ thị hàm số  tiếp xúc nhau

.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đường thẳng  và đồ thị hàm số  tiếp xúc nhau

 có nghiệm.

..

+ Với  thay vào  không thỏa mãn.

+ Với  thay vào  ta có: .

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Lời giải.**

**Chọn D.**

Đường thẳng  tiếp xúc với là tiếp tuyến với  tại ****

;.

1. **Chọn D.**

+ .

+PTTT tại điểm có tọa độ  là: .

+ Ta có  giao  tại , giao  tại  khi đó  tạo với hai trục tọa độ tam giác vuông  vuông tại .

Diện tích tam giác vuông  là: .

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN.**

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm  là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  có hệ số góc bằng

**A. ** **B. ** **C.** 1. **D. .**

1. Cho hàm số  có đồ thị (*C*). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (*C*) tại điểm cực đại là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị (*C*). Phương trình tiếp tuyến của (*C*) tại điểm có hoành độ  là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có tung độ bằng 3 là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Biết  lần lượt là hệ số góc của hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có tung độ bằng . Tính 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình  là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại giao điểm của nó với trục  và có hoành độ dương là

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm của (*C*) và *Ox* là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm của với đường thẳng .

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị (*C*). Ba tiếp tuyến của (*C*) tại giao điểm của (*C*) và đường thẳng  có tổng hệ số góc là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị (*C*). Tiếp tuyến tại điểm  của đồ thị (*C*) cắt đồ thị tại điểm thứ hai có tọa độ là?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị . Gọi  là tiếp tuyến của  tại điểm  và  là giao điểm thứ hai của  với . Khi đó, diện tích tam giác *OAB* bằng

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Định *m* để tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ bằng  đi qua điểm 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Định *m* để tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ bằng  đi qua điểm 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

|  |
| --- |
| **Dạng 2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  có hệ số góc  cho trước.** |
| **Phương pháp**  • Giải phương trình  (\*), ta tìm nghiệm .  • Thay  vào hàm số , tìm  • Với mỗi tiếp điểm , ta được tiếp tuyến |
| **LƯU Ý:** Đề bài thường cho hệ số góc tiếp tuyến dưới các dạng sau: |
| ➊ Tiếp tuyến  hệ số góc của tiếp tuyến là |
| ➋ Tiếp tuyến   nên hệ số góc của tiếp tuyến là |
| ➌ Tiếp tuyến tạo với trục hoành một góc  thì hệ số góc của tiếp tuyến  là |
| ➍ Tiếp tuyến cắt *Ox*, *Oy* lần lượt tại *A* và *B* thỏa |
| ➎ Tiếp tuyến có hệ số góc  nhỏ nhất (lớn nhát)  () |

**A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng 

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Viết lại   Hệ số góc 

Vì tiếp tuyến cần tìm song song với  nên: 

Với ,pttt là: 

Với ,pttt là: 

KL:Có hai tiếp tuyến thỏa mãn ycbt là và 

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Viết lại   Hệ số góc 

Vì tiếp tuyến cần tìm vuông góc với  nên:  

Với ,pttt là: 

Với ,pttt là: 

KL:Có hai tiếp tuyến thỏa mãn ycbt là và 

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến  với đồ thị hàm số biết  tạo với trục hoành một góc  mà 

**Lời giải**

Ta có : ****

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.

 ì

Trục hoành là đường thẳng có hệ số góc 

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm.Ta có:

Ta có:

Do đó:  

Với ,pttt là: 

Với ,pttt là: 

KL:Có hai tiếp tuyến thỏa mãn ycbt là và 

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến  với đồ thị hàm số biết  tạo với đường thẳng  một góc  mà 

**Lời giải**

Ta có : ****

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Đường thẳng  có hệ số góc 

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm.Ta có:

Ta có: 

Do đó:  

Với ,pttt là: 

KL:Có duy nhất tiếp tuyến thỏa mãn ycbt là 

1. Cho hàm số đường thẳng  Tìm điểm  trên đồ thị biết tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại có hệ số góc âm và tạo với  một góc 

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Đường thẳng  có hệ số góc 

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm.Ta có:

Ta có: 

Do đó:  

KL:Có hai điểm thỏa mãn ycbt là và 

1. Cho hàm số  Tìm hai điểm   trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến của đồ thị  tại   song song với nhau và 

**Lời giải**

Gọi  là hai điểm thuộc 



Gọi  lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị  tại  .

Ta có:  

Khi đó:

****

Đặt  Ta có:

  

Với  thì  

Với  thì  

1. Cho hàm số  Tìm điểm  trên đồ thị biết tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại  cắt trục  lần lượt tại   sao cho 

**Lời giải**

Gọi  là góc giữa tiếp tuyến  và trục 

Vì  vuông tại  nên: Mặt khác:  

Do đó:

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Trục hoành là đường thẳng có hệ số góc 

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm.Ta có:

Ta có:

Do đó:  

KL:Có hai điểm thỏa mãn ycbt là và 

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

1. Biết tiếp tuyến  của hàm số  vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất. Phương trình  là:

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

1. Gọi  là đồ thị hàm số . Tìm tọa độ các điểm trên  mà tiếp tuyến tại đó với  vuông góc với đường thẳng có phương trình .

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  có tiếp tuyến song song với trục hoành. Phương trình tiếp tuyến đó là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  có hệ số góc  có phương trình là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  có đồ thị  Đường thẳng  vuông góc với đường thẳng  và tiếp xúc với  thì phương trình của  là

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** Không tồn tại.

1. Lập phương trình tiếp tuyến của đường cong , biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng ?

**A.** . **B.** .

**C.** ;. **D.** .

1. Cho hàm số . Có bao nhiêu cặp điểm  thuộc  mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Vô số.

1. Cho hàm số  có đồ thị . Số tiếp tuyến của  song song với đường thẳng  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị (C). Gọi  là hoành độ các điểm  trên , mà tại đó tiếp tuyến của  vuông góc với đường thẳng . Khi đó bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số cặp điểm  trên đồ thị hàm số , mà tiếp tuyến tại  vuông góc với nhau là

**A.**  **B.**  **C.** . **D.** Vô số

1. Cho hàm số . Gọi  là giao điểm của đồ thị hàm số với . Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  vuông góc với đường thẳng .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**LỜI GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

1. **Chọn C.**

Tập xác định:



Đường phân giác góc phần tư thứ nhất có phương trình 

 có hệ số góc là 



Phương trình tiếp tuyến cần tìm là



1. **Chọn A.**

Tập xác định:

Đạo hàm: 

Giả sử  là hoành độ điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán 







**Lời giải:**

**Chọn B.**

Tập xác định:

Đạo hàm: 

Vì tiếp tuyến song song với trục hoành nên ta có: 

**Lời giải:**

**Chọn A.**

Tập xác định:

Đạo hàm:



Phương trình tiếp tuyến cần tìm là 

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định:

Đạo hàm: 

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng  nên  có hệ số góc bằng 1. Ta có phương trình .

Tại . Phương trình tiếp tuyến là .

Tại . Phương trình tiếp tuyến là .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định:

Đạo hàm: .

Tiếp tuyến cần tìm song song với đường thẳng nên hệ số góc của tiếp tuyến là 1.

Ta có phương trình .

Tại . Phương trình tiếp tuyến là .

Tại . Phương trình tiếp tuyến là .

**Lời giải**

Chọn **D**

Ta có: 

Đồ thị hàm số  có tâm đối xứng .

Lấy điểm tùy ý .

Gọi  là điểm đối xứng với  qua  suy ra . Ta có:

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm  là: 

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm  là: 

Ta thấy  nên có vô số cặp điểm  thuộc  mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau.

**Lời giải**

Chọn **D.**

Ta có: . Lấy điểm .

Tiếp tuyến tại song song với đường thẳng  suy ra 



Với ta có phương trình tiếp tuyến: 

Với ta có phương trình tiếp tuyến: s

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: .

Tiếp tuyến tại của  vuông góc với đường thẳng . Hoành độ  của các điểm  là nghiệm của phương trình .

Suy ra .

1. **Chọn B.**

Ta có . Gọi  và 

Tiếp tuyến tại A, B với đồ thị hàm số lần lượt là:

ss

Theo giả thiết 



 ( vô lý)

Suy ra không tồn tại hai điểm 

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có . Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  vuông góc với đường thẳng  nên .

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN.**

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng  có phương trình là

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

1. Cho đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc bằng 3

**A. ** và . **B. ** và .

**C. ** và . **D. ** và .

1. Cho hàm số  có đồ thị (*P*). Nếu tiếp tuyến tại điểm *M* của (*P*) cớ hệ số góc bằng  thì hoành độ điểm *M* là

**A.  B. ** **C. ** **D. **

1. Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng

**A.** 0. **B. **. **C.** 10. **D.** 3.

1. Phương trình đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng  và tiếp xúc với đồ thị hàm số ?

**A. B. ** C. **** **D. ****

1. Cho hàm số  có đồ thị (*C*). Số tiếp tuyến với đồ thị (*C*) song song với đường thẳng  là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

1. Cho đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến song song với đường thẳng .

**A. ** và  **B. **

**C. ** và  **D. **

1. Cho đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 

**A. ** và . **B. ** và .

**C. ** và . **D. ** và .

1. Cho đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến cắt *Ox*, *Oy* tại 2 điểm *A*, *B* thỏa 

**A. ** và . **B. ** và.

**C. ** và . **D. ** và .

1. Cho hàm số .Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số , biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt  và tam giác  cân tại gốc tọa độ .

**A.** . **B.**  **C.**  **D.** 

|  |
| --- |
| **Dạng 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số , biết tiếp tuyến đi qua điểm** |
| **Phương pháp**  • Đường thẳng  qua  và có kệ số góc  là  • Xét hệ:  (\*)  • Giải (\*), tìm  • Với mỗi tiếp điểm , ta được tiếp tuyến |
| **LƯU Ý: (\*) có *n* nghiệm, ta được *n* tiếp tuyến.** |

**A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến qua điểm 

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Ta có pttt của đồ thị hàm số tại  là 

Vì  nên: 

  

Với ,ta có pttt là:

Với ,ta có pttt là:

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đi qua điểm 

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Ta có pttt của đồ thị hàm số tại  là 

Vì  nên: phương trình vô nghiệm.

KL:Không có tiếp tuyến thỏa mãn ycbt.

1. Cho hàm số Chứng minh rằng qua điểm  có thể kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm.Ta có:

Ta có có pttt của đồ thị hàm số tại  là 

Vì  nên 

 Qua  kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số

Với  thì hệ số góc của tiếp tuyến là là:

Với  thì hệ số góc của tiếp tuyến là là:

Vì nên hai tiếp tuyến tìm được vuông góc với nhau.

1. Cho hàm số Hãy tìm  để từ điểm kẻ được hai trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành.

**Lời giải**

Gọi   là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm.Ta có:

Ta có có pttt của đồ thị hàm số tại  là 

Vì  nên 



Trước tiên ta tìm  để từ kẻ được hai tiếp tuyến tới đồ thị hàm số.Khi đó phải tìm 

để phương trình là phương trình bậc hai có hai nghiệm   phân biệt khác 

Đk:  

Theo Viet:

Để hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành cần có:

 

 

 

Kết hợp  ta có 

1. Cho hàm số Hãy tìm  để từ điểm 

a.Kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số tích hai hệ số góc của hai tiếp tuyến là 

b.Kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục tung.

c.Kẻ được hai tiếp tuyến với đồ thị hàm số và hai tiếp điểm nằm về hai phía của đường thẳng



**Lời giải**

Gọi   là tiếp điểm của của tiếp tuyến và đồ thị hàm số.



Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm.Ta có:

Ta có có pttt của đồ thị hàm số tại  là 

Vì  nên 



Trước tiên ta tìm  để từ kẻ được hai tiếp tuyến tới đồ thị hàm số.Khi đó phải tìm 

để phương trình là phương trình bậc hai có hai nghiệm   phân biệt khác 

Đk:  

Theo Viet:

a.Để tích hai hệ số góc của hai tiếp tuyến là cần có:

   

b.Để hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục tung cần có:

  

Kết hợp  ta có 

c.Để hai tiếp điểm nằm về hai phía của đường thẳng cần có:



 

 

Kết hợp  ta có 

**B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

1. Cho hàm số  có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  đi qua điểm  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Qua điểm  có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị của hàm số 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  biết nó đi qua điểm  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số , có đồ thị . Từ điểm  có thể kẻ đến  hai tiếp tuyến phân biệt có phương trình:

**A.** và . **B.** và .

**C.** và . **D.** và .

**LỜI GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi  là phương trình tiếp tuyến của  có hệ số góc ,

Vì  suy ra 

 tiếp xúc với  khi hệ  có nghiệm

Thay  vào  ta được .

Vậy phương trình tiếp tuyến của  đi qua điểm  là: 

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho.

Vì  nên phương trình của  có dạng: 

Vì  tiếp xúc với đồ thị  nên hệ  có nghiệm

Thay  và  ta suy ra được 

Chứng tỏ từ  có thể kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị 

1. **Chọn D.**

+.

+ Gọi  là tiếp điểm. PTTT của  tại  là:

.

+ Vì tiếp tuyến  đí qua  nên ta có phương trình:

.

+ Với thay vào  ta có tiếp tuyến .

+ Với  thay vào  ta có tiếp tuyến .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi  là tiếp điểm; ; 

Phương trình tiếp tuyến tại  là: 

Mà tiếp tuyến đi qua  



Phương trình tiếp tuyến :  và .

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN.**

1. Cho đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến đi qua điểm .

**A. ** và . **B. ** và .

**C. ** và . **D. ** và .

1. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số  đi qua điểm ?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

1. Hai tiếp tuyến của parabol  đi qua điểm  có hệ số góc là

**A. ** và 6. **B.** 1 và 4. **C.** 0 và 3. **D. ** và 

1. Cho hàm số  có đồ thị (*C*). Tiếp tuyến tại điểm của (*C*) cắt đồ thị (*C*) tại điểm thứ hai là . Khi đó tọa độ điểm *N* là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

|  |
| --- |
| **Dạng 4. Các bài toán xác định tham số *m* liên quan đến tiếp tuyến** |

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

1. Cho hàm số (1) (*m* là tham số). Tìm tham số *m* để đồ thị của hàm số (1) có tiếp tuyến tạo với đường thẳng d: góc , biết .

**Lời giải.**

• Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến  tiếp tuyến có VTPT 

Đường thẳng d có VTPT .

Ta có 

YCBT thoả mãn ⇔ ít nhất một trong hai phương trình sau có nghiệm:

* ⇔  ⇔  ⇔ *

*⇔  ⇔  hoặc *

*Câu hỏi tương tự:*

*a) Với . ĐS: .*

1. Cho hàm số  có đồ thị là (Cm). Tìm các giá trị *m* sao cho trên đồ thị (Cm) tồn tại một điểm duy nhất có hoành độ âm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng (d): .

**Lời giải.**

• (d) có hệ số góc  ⇒ tiếp tuyến có hệ số góc . Gọi x là hoành độ tiếp điểm thì:

 (1)

YCBT ⇔ (1) có đúng một nghiệm âm.

+ Nếu  thì (1) (loại)

+ Nếu thì dễ thấy phương trình (1) có 2 nghiệm là 

Do đó để (1) có một nghiệm âm thì 

*Vậy .*

1. Cho hàm số  (C*m*). Tìm các giá trị *m* sao cho trên (C*m*) tồn tại đúng hai điểm có hoành độ dương mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng .

**Lời giải.**

• Ta có: ; .

YCBT phương trình  có đúng 2 nghiệm dương phân biệt

 có đúng 2 nghiệm dương phân biệt

 . Vậy .

1. Cho hàm số . Chứng minh rằng với mọi *m*, đường thẳng  luôn cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, **B.** Gọi  lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và **B.** Tìm *m* để tổng  đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải.**

• PT hoành độ giao điểm của d và (C):  

Vì  nên (\*) luôn có 2 nghiệm phân biệt .

Theo định lí Viet ta có: . Giả sử: .

Tiếp tuyến tại A và B có hệ số góc là: 

. Dấu "=" xảy ra .

*Vậy:  đạt GTLN bằng  khi .*

1. Cho hàm số . Tìm giá trị nhỏ nhất của *m* sao cho tồn tại ít nhất một điểm M (C) mà tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai trục toạ độ một tam giác có trọng tâm nằm trên đường thẳng .

**Lời giải.**

• Gọi . PTTT tại M: 

Gọi A, B là giao điểm của tiếp tuyến với trục hoành và trục tung .

Từ đó trọng tâm G của OAB có: . Vì G d nên 

Mặt khác: 

Do đó để tồn tại ít nhất một điểm M thoả YCBT thì .

Vậy GTNN của m là .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

1. Đường thẳng  là tiếp tuyến của đường cong  khi

**A. ** **B. ** **C.  D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị (*P*). Biết đường thẳng  tiếp xúc với (*P*) tại điểm  Tọa độ điểm  là

**A. ** **B.  C. ** **D. **

1. Đồ thị hàm số  tiếp xúc với trục hoành khi

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Xác định *m* để đường thẳng  tiếp xúc với đồ thị hàm số ?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Định *m* để đồ thị hàm số  có 2 tiếp tuyến song song với đường thẳng.

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Định *m* để đồ thị hàm số  có 3 tiếp tuyến song song với đường thẳng

**A. ** và . **B. **và .

**C. ** và ****. **D. ** và ****.

1. Định *m* để đồ thị hàm số  có đúng một tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Tìm *m* để tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  vuông góc với đường thẳng 

**A. ** **B. ** **C.  D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị là , đường thẳng . Với mọi  ta luôn có  cắt  tại 2 điểm phân biệt . Gọi  lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với  tại . Tìm  để tổng  đạt giá trị lớn nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  (1), *m* là tham số. Gọi *d* là tiếp tuyến với đồ thị (1) tại điểm *A* có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến *d* cắt đồ thị (1) tại điểm *B* khác ***A*.** Biết  thì tam giác *OAB* vuông tại *O*. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**III. BÀI TẬP TỔNG HỢP CÓ HƯỚNG DẪN GIẢI.**

**A. TỰ LUÂN.**

1. Cho hàm số **** Viết phương trình tiếptuyến với đồ thị hàm số biết rằng tiếp điểm của tiếp tuyến đó với  cách điểm một khoảng bằng 
2. Cho hàm số  là tham số.Tìm để đồ thị của hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng 
3. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng  một góc  sao cho và tiếp điểm có tọa độ nguyên.
4. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến  của đồ thị hàm số  biết tiếp tuyến tạo với   một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất.
5. Cho hàm số Tìm trên đường thẳng  các điểm mà từ đó kẻ được ba tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị 
6. Cho hàm số Gọi  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm .Tìm điểm có hoành độ lớn hơn  sao cho khoảng cách từ  đến nhỏ nhất.
7. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết cắt trục hoành,trục tung lần lượt tại  sao cho cân tại 
8. Cho hàm số Tìm để đường thẳng  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho tiếp tuyến của  tại và song song với nhau.
9. Cho hàm số Đường thẳng  đi qua điểm có hệ số góc Tìm các giá trị của để cắt tại ba điểm phân biệt Gọi   lần lượt là các tiếp tuyến của tại Chứng minh rằng các khoảng cách từ  đến bằng nhau.
10. Cho hàm số Tìm điểm để qua đó kẻ được ba tiếp tuyến đến 
11. Chohàm số Tìm điểm có hai tọa độ là số hữu tỉ sao cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  cắt trục hoành,trục tung lần lượt tại  sao cho 
12. Cho hàm sốViết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đi qua điểm 
13. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 
14. Chohàm số Chứng minh rằng mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm đều tạo với hai đường thẳng  và  một tam giác có diện tích không đổi.
15. Cho hàm số Viết phương trình tiêp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng  một góc  và tạo với tia  một góc tù.
16. Cho hàm số và đường thẳng trong đó  là tham số.Tìm  để  cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt sao cho tiếp tuyến tại  và  có cùng hệ số góc.
17. Tìm trên trục hòanh điểm mà từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số 
18. Cho hàm số và điểm Tìm trên cặp điểm sao cho tiếp tuyến của tại song song với nhau và  cân tại 
19. Cho hàm số Đường thẳng  đi qua điểm  có hệ số góc bằng  cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt  Chứng minh rằng các tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  và song song với nhau.
20. Cho hàm số Tìm những điểm trên đồ thị hàm số mà tiếp tuyến tại đó tạo với hai đường thẳng một tam giác có chu vi bằng 
21. Cho hàm số là tham số.Biết  là điểm thuộc đồ thị hàm số và có hoành độ bằng Tìm để khoảng cách từ đến tiếp tuyến của đồ thị tại  lớn nhất.
22. Cho hàm số .Tìm để đồ thị của hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng 
23. Cho hàm số Tìm  để đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng 
24. Cho hàm số Chứng minh rằng mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số đều không đi qua điểm 
25. Cho hàm số Tìm để trên đồ thị tồn tại duy nhất điểm  có hoành độ âm mà tiếp tuyến của tại  vuông góc với đường thẳng 
26. Cho hàm số Chứng minh rằng với mọi  đường thẳng  luôn cắt đồ thị  tại hai điểm phân biệt  và Khi đó gọi lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  tại  và tìm để tổng đạt giá trị lớn nhất
27. Cho hàm số Với  là hai nghiệm của phương trình 

Gọi  Tìm trên đồ thị điểm  sao cho tiếp tuyến với tại cách đều hai điểm  và 

1. Cho hàm số Tìm  để đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành.
2. Cho hàm số Chứng minh rằng trên đồ thị hàm số luôn tồn tại hai điểm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng Tìm  để đường thẳng nối hai điểm đó đi qua điểm 
3. Cho hàm số có đồ thị là Tìm  để trên có hai điểm và sao cho tiếp tuyến tại mỗi điểm đó vuông góc với đường thẳng  và 
4. Cho hàm số và đường thẳng Tìm  để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm phân biệt    sao cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại  và vuông góc với nhau.
5. Cho hàm số với là tham số.Tìm để đồ thị hàm số có tiếp tuyến tạo với đường thẳng  một góc  mà 

**HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

1. Cho hàm số **** Viết phương trình tiếptuyến với đồ thị hàm số biết rằng tiếp điểm của tiếp tuyến đó với  cách điểm một khoảng bằng 

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm.Theo giả thiết:

 

 

Với PTTT là:

Với PTTT là:

1. Cho hàm số  là tham số.Tìm để đồ thị của hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng 

**Lời giải**

Hai đồ thị hàm số tiếp xúc nhau khi và chỉ khi hệ phương trình:

 có nghiệm.

Viết lại  

Thay các giá trị  tìm được vào ta được 

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng  một góc  sao cho và tiếp điểm có tọa độ nguyên.

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  là:

Hệ số góc của đường thẳng  là 

Ta có 

Lại có: 

Với   

Tiếp tuyến tìm được tương ứng là và 

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến  của đồ thị hàm số  biết tiếp tuyến tạo với   một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất.

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm.



Phương trình tiếp tuyến d:



Gọi Tọa độ  thỏa mãn hệ phương trình:

  

Gọi Tọa độ  thỏa mãn hệ phương trình:

 

 

  Nhận xét: vuông tại  và

Bán kính đường tròn nội tiếp là  



Dấu  xảy ra khi và chỉ khi  

Tiếp tuyến tương ứng là và 

1. Cho hàm số Tìm trên đường thẳng  các điểm mà từ đó kẻ được ba tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị 

**Lời giải**

Gọi 

Phương trình tiếp tuyến qua  có dạng:



Khi đó hệ phương trình: có nghiệm.

Lấy  thay vào  ta có pt:



Để từ kẻ được ba tiếp tuyến tới đồ thị hàm số thì phải tìm để pt có hai nghiệm phân

biệt khác 

Đk:   

KL:Những điểm thỏa mãn ycbt là sao cho 

1. Cho hàm số Gọi  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm .Tìm điểm có hoành độ lớn hơn  sao cho khoảng cách từ  đến nhỏ nhất.

**Lời giải**

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  là:

 hay 

Gọi 





Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

Vậy khoảng cách cần tìm nhỏ nhất là khi và chỉ khi  

Khi đó:

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết cắt trục hoành,trục tung lần lượt tại  sao cho cân tại 

**Lời giải.**

Gọi  là tiếp điểm.



Phương trình tiếp tuyến d:

Hệ số góc của tiếp tuyến là:

Vì  cân tại  nên  



Tiếp tuyến tương ứng  (loại vì đi qua  )và 

KL:pttt cần tìm là 

1. Cho hàm số Tìm để đường thẳng  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho tiếp tuyến của  tại và song song với nhau.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:





Để tồn tại hai điểm thì phải tìm  để ptlà phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt khác 

ĐK: 

Khi đó: 



Phương trình tiếp tuyến tại  là 

Phương trình tiếp tuyến tại  là 

Để tiếp tuyến của  tại và song song với nhau cần có:

KL:

1. Cho hàm số Đường thẳng  đi qua điểm có hệ số góc Tìm các giá trị của để cắt tại ba điểm phân biệt Gọi   lần lượt là các tiếp tuyến của tại Chứng minh rằng các khoảng cách từ  đến bằng nhau.

**Lời giải**

Phương trình đường thẳng :

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:







Để tồn tại ba giao điểm thì phải tìm  để ptcó hai nghiệm phân biệt  khác 

ĐK: 

Khi đó: Suy ra:

Do đó:Tiếp tuyến của đồ thị tại có cùng hệ số góc.

Mặt khác: và ba điểm đó thẳng hàng nên là trung điểm của  và 

Vậy khoảng cách từ  đến bằng nhau.

1. Cho hàm số Tìm điểm để qua đó kẻ được ba tiếp tuyến đến 

**Lời giải**

Gọi 



Với  là tiếp điểm thì phương trình tiếp tuyến của tại  là:



Vì  nên:





Để từ điểm kẻ được ba tiếp tuyến đến  thì phải tìm  để phương trình  có

hai nghiệm phân biệt khác .

ĐK: 

KL:Điểm cần tìm là với 

1. Chohàm số Tìm điểm có hai tọa độ là số hữu tỉ sao cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  cắt trục hoành,trục tung lần lượt tại  sao cho 

**Lời giải**

Ta có:Giả sử là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại  là:



Khi đó:



Vì  

 Vậy các điểm cần tìm là và 

1. Cho hàm sốViết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến đi qua điểm 

**Lời giải**

Ta có:Giả sử là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại  là:



Vì  nên 

Phương trình hai tiếp tuyến tương ứng là  và 

1. Cho hàm số Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 

**Lời giải**

Gọi  là tiếp điểm.

Từ giả thiết ta có: 

Phương trình tiếp tuyến:

1. Chohàm số Chứng minh rằng mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm đều tạo với hai đường thẳng  và  một tam giác có diện tích không đổi.

**Lời giải**

Ta có:Giả sử là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại  là:



  

Tìm  suy ra 

1. Cho hàm số Viết phương trình tiêp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng  một góc  và tạo với tia  một góc tù.

**Lời giải**

Đường thẳng  có hệ số góc là 

Gọi hệ số góc của tiếp tuyến cần tìm là 

Ta có: 

Gọi  là tiếp điểm.

Khi đó: 

Phương trình tiếp tuyến cần tìm:

1. Cho hàm số và đường thẳng trong đó  là tham số.Tìm  để  cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt sao cho tiếp tuyến tại  và  có cùng hệ số góc.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:







Để  cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt thì phải tìm  để phương trình có hai nghiệm  phân biệt và khác 

ĐK: 

 Theo ycbt cần có:

Kết hợp Viet ta có: 

KL:Không tìm được thỏa mãn ycbt.

1. Tìm trên trục hòanh điểm mà từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số 

**Lời giải**

Gọi là điểm thuộc trục hoành.Phương trình tiếp tuyến đi qua  với hệ số góc  là:



Đk tiếp xúc:

Lấy thay vào  ta có:

 

Để từ điểm  có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số  thì phải tìm  để phương trình  có hai nghiệm phân biệt khác 

ĐK: 

1. Cho hàm số và điểm Tìm trên cặp điểm sao cho tiếp tuyến của tại song song với nhau và  cân tại 

**Lời giải**

Ta có  Gọi   

Do tiếp tuyến của tại song song với nhau nên  

Gọi là trung điểm của đoạn thẳng  ta có 



 cùng phương với 

Vì  cân tại  nên   

Vì vai trò   như nhau nên chọn 

1. Cho hàm số Đường thẳng  đi qua điểm  có hệ số góc bằng  cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt  Chứng minh rằng các tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  và song song với nhau.

**Lời giải**

Phương trình đường thẳng 

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:







Để đường thẳng  cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt  thì phải tìm  để pt

có hai nghiệm phân biệt khác 

ĐK: 

Gọi  là hai nghiệm phân biệt của pt.Ta có:

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  là 

Hệ số góc của tiếp tuyến tại là 

Hai tiếp tuyến tại và có cùng hệ số góc.

Giờ ta chứng minh hai tiếp tuyến đó không thể trùng nhau.

Thật vậy:Hai tiếp tuyến trùng nhau nghĩa là

 với 



   Mâu thuẫn với 

KL:Hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  và song song với nhau.

1. Cho hàm số Tìm những điểm trên đồ thị hàm số mà tiếp tuyến tại đó tạo với hai đường thẳng một tam giác có chu vi bằng 

**Lời giải**

Gọi s là điểm cần tìm.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại  là:



Ta có:     

Khi đó:  với 



Giải phương trình trên ta được  

KL:Có hai điểm thỏa mãn là 

1. Cho hàm số là tham số.Biết  là điểm thuộc đồ thị hàm số và có hoành độ bằng Tìm để khoảng cách từ đến tiếp tuyến của đồ thị tại  lớn nhất.

**Lời giải**

Ta có A

 

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại là:

 hay 

 Dấu  xảy ra khi  s

1. Cho hàm số .Tìm để đồ thị của hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng 

**Lời giải**

Điều kiện tiếp xúc:

Hệ phương trình  có nghiệm.

Giải hệ phương trình ta được 

1. Cho hàm số Tìm  để đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng 

**Lời giải**

Điều kiện tiếp xúc là hệ phương trình  có nghiệm.

Giải ra ta được 

1. Cho hàm số Chứng minh rằng mọi tiếp tuyến của đồ thị hàm số đều không đi qua điểm 

**Lời giải**

Ta có:

Với tiếp điểm ta có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm là:



Để  đi qua  cần có:

 Vậy không có tiếp tuyến nào đi qua .

1. Cho hàm số Tìm để trên đồ thị tồn tại duy nhất điểm  có hoành độ âm mà tiếp tuyến của tại  vuông góc với đường thẳng 

**Lời giải**

Ta có: ****

Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳngcó hệ số góc 

Với điểm  có hoành độ  thì ****



Bài toán trở thành tìm tất cả các giá trị  sao cho pt có đúng một nghiệm âm.

+TH1:

Khi đó ta có pt: 

+TH2:

Phương trình luôn có nghiệm 

Cần có:

1. Cho hàm số Chứng minh rằng với mọi  đường thẳng  luôn cắt đồ thị  tại hai điểm phân biệt  và Khi đó gọi lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  tại  và tìm để tổng đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải**

Ta có:

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:





Ta có:  pt luôn có hai nghiệm phân biệt 

Theo Viet:



Vậy đạt giá trị lớn nhất bằng  khi 

1. Cho hàm số Với  là hai nghiệm của phương trình 

Gọi  Tìm trên đồ thị điểm  sao cho tiếp tuyến với tại cách đều hai điểm  và 

**Lời giải**

Gọi 

.Xét  

Phương trình tiếp tuyến tại là





Cần có: 

 

1. Cho hàm số Tìm  để đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành.

**Lời giải**

Điều kiện tiếp xúc là hệ phương trình:

 có nghiệm.

Giải ra ta được   

1. Cho hàm số Chứng minh rằng trên đồ thị hàm số luôn tồn tại hai điểm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng Tìm  để đường thẳng nối hai điểm đó đi qua điểm 

**Lời giải**

Ta có:

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng nên có hệ số góc là 

Suy ra: 



Vì  nên ptluôn có hai nghiệm phân biệt Trên đồ thị hàm số luôn tồn tại hai điểm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng 

Tọa độ hai điểm đó thỏa mãn hệ thức:

Lấy đa thức  chia cho đa thức  ta được:



Hay  là đường thẳng nối hai tiếp điểm.

Cần có:



1. Cho hàm số có đồ thị là Tìm  để trên có hai điểm và sao cho tiếp tuyến tại mỗi điểm đó vuông góc với đường thẳng  và 

**Lời giải**

Đường thẳng  có hệ số góc Tiếp tuyến tại điểm và lần lượt có hệ số góc là và .Từ giả thiết ta có 

Suy ra s

  là nghiệm của phương trình:

Pt luôn có hai nghiệm  và .theo ycbt cần có: 

1. Cho hàm số và đường thẳng Tìm  để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm phân biệt    sao cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại  và vuông góc với nhau.

**Lời giải**

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình :







Để tồn tại giao điểm  và  thì phải tìm để pt có hai nghiệm phân biệt   khác 

Đk: 

Khi đó:

Hệ số góc của tiếp tuyến tại là  Hệ số góc của tiếp tuyến tại  là 

Cần có:

 

1. Cho hàm số với là tham số.Tìm để đồ thị hàm số có tiếp tuyến tạo với đường thẳng  một góc  mà 

**Lời giải**

Gọi  là hệ số góc của tiếp tuyến là vtpt của tiếp tuyến.

Đường thẳng  có vtpt là 

Ta có :  

Cần tìm để ít nhất một trong hai phương trình trên có nghiệm.

Đk :  

**B. TRẮC NGHIỆM.**

1. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  là:

**A.** 18. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 6.

1. Tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Phương trình tiếp tuyến của parabol song song với đường thẳng là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gọi  là đồ thị hàm số . Phương trình tiếp tuyến với  tại giao điểm của  với trục tung là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gọi  là đồ thị hàm số . Phương trình tiếp tuyến với  tại điểm mà  cắt hai trục tọa độ là:

**A.** . **B. **.

**C.** . **D.**  hoặc .

1. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị (P) và hàm số  có đồ thị (C). Xét hai câu sau:

(I) Những điểm khác nhau  và  sao cho tại những điểm đó, tiếp tuyến song song với nhau là những điểm có tọa độ  và .

(II) 

Chọn câu đúng.

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

1. Cho hàm số  có đồ thị . Tiếp tuyến với  đi qua điểm  là

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

1. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành bằng:

**A.** . **B.**  **C.**  **D.** 

1. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm với trục tung bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  có đồ thị  Có bao nhiêu tiếp tuyến của  song song đường thẳng 

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

1. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại giao điểm của và trục hoành:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Gọilà đồ thị hàm số . Phương trình tiếp tuyến với tại giao điểm củavà trục tung là

**A.**  **B.**  **C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị , tiếp tuyến với nhận điểm  làm tiếp điểm có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho đồ thị  và điểm  có tung độ . Hãy lập phương trình tiếp tuyến của  tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Số tiếp tuyến của  song song với đường thẳng  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho đường cong  và điểm  có hoành độ . Lập phương trình tiếp tuyến của  tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số  song song với trục hoành bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Gọi  là giao điểm của đồ thị hàm số  với trục tung. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số trên tại điểm  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị. Nếu tiếp tuyến tại điểm  của  có hệ số góc bằng  thì hoành độ điểm  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Số tiếp tuyến của  vuông góc với đường thẳng  là:

**A. .** **B. .** **C. . D. .**

1. Cho hàm số  có đồ thị . Tìm tất cả tọa độ tiếp điểm của đường thẳng  song song với đường thẳng  và tiếp xúc với .

**A.** . **B.** .

**C.**  và . **D.** Không tồn tại.

1. Cho hàm số  có đồ thị là . Từ một điểm bất kì trên đường thẳng  kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến :

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

1. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  song song với đường thẳng là

**A. . B. . C. . D. .**

1. Phương trình tiếp tuyến của  biết nó vuông góc với đường thẳng  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số , có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  tại  có hoành độ  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**HƯỚNG DẪN GIẢI TRẮC NGHIỆM.**

1. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tọa độ tiếp điểm: . Tiếp điểm .

Hệ số góc của tiếp tuyến: .

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  có phương trình: .

1. Tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tọa độ tiếp điểm: . Tiếp điểm .

Hệ số góc của tiếp tuyến: .

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  có phương trình: .

1. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  là:

**A.** 18. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Hệ số góc của tiếp tuyến: .

1. Tiếp tuyến với đồ thị  tại điểm có hoành độ  có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tọa độ tiếp điểm: . Tiếp điểm .

Hệ số góc của tiếp tuyến: .

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  có phương trình: .

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có 

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ là

 hay .

1. Phương trình tiếp tuyến của parabol song song với đường thẳng là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có 

Giả sử  là tiếp điểm của tiếp tuyến với parabol 

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng nên 

Phương trình tiếp tuyến là  hay 

1. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có 



1. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có 



1. Gọi  là đồ thị hàm số . Phương trình tiếp tuyến với  tại giao điểm của  với trục tung là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: , giao điểm của  và  là , .

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là:  nên ta được đáp án **A.**

1. Gọi  là đồ thị hàm số . Phương trình tiếp tuyến với  tại điểm mà  cắt hai trục tọa độ là:

**A.** . **B. **.

**C.** . **D.**  hoặc .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: , giao điểm của  và  là , .

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: .

1. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**



Hệ số góc tiếp tuyến tại  là .

1. Cho hàm số  có đồ thị (P) và hàm số  có đồ thị (C). Xét hai câu sau:

(I) Những điểm khác nhau  và  sao cho tại những điểm đó, tiếp tuyến song song với nhau là những điểm có tọa độ  và .

(II) 

Chọn câu đúng.

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

**Lời giải**

**Chọn B.**

**  **

**** phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại  là:

phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại  là:

Vậy (II) đúng, (I) sai.

1. Cho hàm số  có đồ thị . Tiếp tuyến với  đi qua điểm  là

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

. Gọi là tiếp điểm. PTTT có dạng .

Tiếp tuyến đi qua điểm .

PTTT là: **.**

1. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành bằng:

**A.** . **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định:

Đạo hàm: 

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 

Hệ số góc của tiếp tuyến là 

1. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm với trục tung bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định:

Đạo hàm: 

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có .

1. Cho hàm số  có đồ thị  Có bao nhiêu tiếp tuyến của  song song đường thẳng 

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định:

Đạo hàm: 



Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

1. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị  tại giao điểm của và trục hoành:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định: 

Đạo hàm: 

 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ 

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là 

1. Gọilà đồ thị hàm số . Phương trình tiếp tuyến với tại giao điểm củavà trục tung là

**A.**  **B.**  **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định:

Giao điểm của và trục tung là .

Đạo hàm: hệ số góc của tiếp tuyến tại  là .

Phương trình tiếp tuyến tại là .

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tập xác định:

Đạo hàm: .

Tiếp tuyến tại  có hệ số góc là .

Phương trình của tiếp tuyến là 

1. Cho hàm số  có đồ thị , tiếp tuyến với nhận điểm  làm tiếp điểm có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định:

Ta có .

Đạo hàm của hàm số .

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại  là .

Phương trình của tiếp tuyến là 

1. Cho đồ thị  và điểm  có tung độ . Hãy lập phương trình tiếp tuyến của  tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tập xác định:

Đạo hàm: .

Tung độ của tiếp tuyến là nên .

Tại .

Phương trình tiếp tuyến là .

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có phương trình là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: .

Giao điểm  của đồ thị với trục tung : 

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  là : .

Phương trình tiếp tuyến tại điểm là : .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Số tiếp tuyến của  song song với đường thẳng  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **D.**

Ta có: . Lấy điểm .

Tiếp tuyến tại song song với đường thẳng  suy ra 



Với ta có phương trình tiếp tuyến: 

Với ta có phương trình tiếp tuyến: 

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn.

1. Cho đường cong  và điểm  có hoành độ . Lập phương trình tiếp tuyến của  tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: . Tại điểm có hoành độ: 

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  là : .

Phương trình tiếp tuyến tại điểm  là : .

1. Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số  song song với trục hoành bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: . Lấy điểm .

Tiếp tuyến tại điểm song song với trục hoành nên .

1. Gọi  là giao điểm của đồ thị hàm số  với trục tung. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số trên tại điểm  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Vì  là giao điểm của đồ thị với trục  

****

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm  là: 

1. Cho hàm số  có đồ thị. Nếu tiếp tuyến tại điểm  của  có hệ số góc bằng  thì hoành độ điểm  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có 

Gọi tiếp điểm . Vì tiếp tuyến tại điểm  của  có hệ số góc bằng  nên .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Số tiếp tuyến của  vuông góc với đường thẳng  là:

**A. .** **B. .** **C. . D. .**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tiếp tuyến của  vuông góc với đường thẳng  có dạng 

 là tiếp tuyến của có nghiệm.

Vậy có hai giá trị  thỏa mãn.

1. Cho hàm số  có đồ thị . Tìm tất cả tọa độ tiếp điểm của đường thẳng  song song với đường thẳng  và tiếp xúc với .

**A.** . **B.** .

**C.**  và . **D.** Không tồn tại.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đường thẳng  song song với đường thẳng  có dạng 

 là tiếp tuyến của có nghiệm kép có nghiệm kép  

Vậy có hai giá trị  thỏa mãn nên có hai tiếp tuyến tương ứng với hai tiếp điểm.

1. Cho hàm số  có đồ thị là . Từ một điểm bất kì trên đường thẳng  kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến :

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**

**Chọn B.**

Xét đường thẳng kẻ từ một điểm bất kì trên đường thẳng có dạng .

 là tiếp tuyến của   có nghiệm 

Phương trình bậc ba có duy nhất một nghiệm tương ứng cho ta một giá trị . Vậy có một tiếp tuyến.

Dễ thấy kẻ từ một điểm bất kì trên đường thẳng có dạng  song song với trục cũng chỉ kẻ được một tiếp tuyến.

1. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  song song với đường thẳng là

**A. . B. . C. . D. .**

**Lời giải**

**Chọn A.**

**+**Gọi  là tọa độ tiếp điểm .

**+ **

+Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng  suy ra

**.**

+ với , PTTT tại điểm  là 

+ với , PTTT tại điểm  là .

1. Phương trình tiếp tuyến của  biết nó vuông góc với đường thẳng  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

.

+Gọi  là tiếp điểm.

+ Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  suy ra

.

+Với . PTTT là: 

+ Với . PTTT là: .

1. Cho hàm số , có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  tại  có hoành độ  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm  có phương trình là: 

;

Vậy phương trình tiếp tuyến có dạng .

**ĐỀ KIỂM TRA 15 PHÚT.**

1. Cho hàm số  có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm  là:

**A.  B.  C.  D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ  là:

**A.  B.  C.  D. **

1. Cho hàm số . Phương trình tiếp tuyến tại điểm có tung độ  là:

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Cho hàm số  có đồ thị là . Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của  với trục hoành là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trên hệ trục  là:

**A.**  và .

**B.**  và .

**C.**  và .

**D.**  và 

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại các giao điểm của  với các trục tọa độ là:

**A.** . **B.**  và .

**C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hệ số góc bằng:

**A.  B.  C.  D. **

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  có hệ số góc  có phương trình là:

**A.  B.  C.  D. **

1. Cho hàm số . Phương trình tiếp tuyến biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  là:

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Cho hàm số  có tiếp tuyến song song trục hoành. Phương trình tiếp tuyến đó là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng  là:

**A.** . **B.**  và .

**C.**  và . **D.**  và .

1. Cho hàm số . Gọi là hoành độ các điểm  trên  mà tiếptuyến tại đó vuông góc với đường thẳng  Khi đó  bằng:

**A.  B.  C.  D. **

1. Cho hàm số . Viết phương trình tiếp tuyến của  biết tiếp tuyến đi qua điểm .

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Cho hàm số . Có bao nhiêu giá trị của  để tiếp tuyến tại  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 

**A.  B.  C.  D. **

1. Cho hàm số . Tìm  để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị  vuông góc với đường thẳng 

**A.  B.  C.  D. **

**HƯỚNG DẪN GIẢI.**

**Đáp án A.** Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại  là: 

**Đáp án D.** Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại  là: 

**Đáp án A.** Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại .

Phương trình tiếp tuyến tại .

**Đáp án C.** Giao điểm của  với O*x* là .



Phương trình tiếp tuyến tại  là:



**Đáp án C.** 

Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất 



Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là:  và 

**Đáp án A.** TXĐ:  nên  không giao với .

 giao với  tại  nên phương trình tiếp tuyến là: .

**Đáp án C.** Tập xác định: 



**Đáp án A.** Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại 

**Đáp án A.** Tập xác định: 

Gọi  là tiếp điểm 

Phương trình tiếp tuyến tại .

Phương trình tiếp tuyến tại 

**Đáp án B.** Ta có: .

Phương trình tiếp tuyến song song với trục hoành

⇒  ⇔  ⇒ 

Phương trình tiếp tuyến là: .

**Đáp án C.** TXĐ: .

Theo giả thiết 

Vậy phương trình tiếp tuyến là  và 

**Đáp án C.** Tập xác định: 

Từ giả thiết suy ra  là nghiệm của phương trình 

**Đáp án D.** Tập xác định: 

Gọi  là tiếp điểm. Do tiếp tuyến qua  nên:



Ta tìm được hai phương trình tiếp tuyến là: ****và 

**Đáp án D.** giao với 



Phương trình tiếp tuyến của  tại 

Nếu  tiếp tuyến song song với  (loại)

Xét Gọi , lần lượt là giao điểm tiếp tuyến và hai trục tọa độ



Ta có 

Vậy có bốn giá trị của  thỏa mãn.

**Đáp án C.** 

Ta có 

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  có hệ số góc nhỏ nhất và hệ số góc đó có giá trị .

Theo bài ra: 